

## Å overvinne barrierer i arbeidet med å lære matematikk – eller å forebygge ved grunnleggjande begrep.

*Gunvor Sønnesyn*

Det kjem ikkje til å handle så mykje om matematikk i denne artikkelen, men derimot om å ha eit begrepsmessig grunnlag for å lære matematikk. Matematikk-kunnskapen har somme tider vore framstilt som eit hus. I Bibelen lærer vi at vi ikkje skal byggje huset vårt på sand, og det kan vi utan vidare overføre til matematikk-kunnskapen om vi tenkjer på denne som eit hus.

Vi skal ikkje bli verande i dette biletet, men heller dra nokre liner til tidlegare tiders pedagogiske filosofi. Det tyder at fyrste sekvens av denne artikkelen kan skuldast for å vere teoretisk, og dei som ikkje likar slikt, kan velje å berre lese den praktiske delen.

Til no har vi ikkje sett andre metodar for begrepslæring som gir borna like gode læringsvilkår som Nyborgs modell, BU-modellen (Nyborg 1994). Denne modellen vart utvikla gjennom forskning over fleire år, og Nyborg har i fleire arbeid grunngeve dei ulike element i som er med. (Nyborg 1971, 1985 I, 1985 II, 1994) Modellen kan seiast å vere forankra i så vel det som var tilgjengeleg av pedagogisk/ psykologisk litteratur då han arbeidde med magister- og doktorgraden i pedagogikk, som i hans eiga forskning. Det har vore spanande å oppdage at modellen også kunne vore grunngeven ut frå Aristoteles-skrifter som *De Anima*, *Categories* og *Interpretation*, og Thomas Aquinas sine tolkingar av desse og fleire, mellom anna i *Esse et Essentia*, *Væren og vesen*.

I BU-modellen kan vi kjenne att tankar frå oldtids- og mellomalderfilosofien både i teorien og i den praktiske tilrettelegginga teorien ligg til grunn for. Dette tyder ikkje at det er gammaldags tenking vi har med å gjere. Tvert imot; tenkinga i Nyborgs tilnærming kan bidra til å løyse problemstillingar reist av nolevande forfattarar som Umberto Eco og John P. O'Callaghan i møte med erkjenningsteori i litt ulike samanhengar (Eco 2000, O'Callaghan 2003). Eco og O'Callaghan er mellom dei som i vår tid har teke opp trådar frå Aristoteles og Aquinas. I *Kant and the Platypus*, stiller Eco spørsmål som gjeld korleis vi menneske kategoriserer og set namn på nye ting vi møter – og særleg nye ting som er så framande at forkunnskapen vår ikkje strekk til. Nyborg gjev ikkje direkte noko svar på det, men i litteraturen hans blir vi sett på sporet av viktige prosessar som gjeld det å kategorisere.

### 1. Aristoteles' semantiske triangel.

Vi skal ikkje gå inn i desse diskusjonane her, men sjå litt på det ettertida har kalla Aristoteles' semantiske triangel (O'Callaghan 2003 s 15). Mange vil kjenne att denne figuren frå ulike samanhengar. Til dømes brukar Marit Johnsen Høines denne figuren til å syne korleis språkuttrykk kan vere knytt til ulike grader av forståing hjå den som brukar dei. (Høines 1987 s 66).

Figur 1



Denne figuren syner det "tre-dimensjonale" i språket vårt. Når vi brukar ord, kan det vere med referanse til eit verkeleg fenomen vi kan ha erfart, og som også mottakaren kan ha observert. Ofte er det ikkje slik. Vi kjenner ikkje alltid mottakarens referanse. Sjølv om vi ikkje har opplevd den konkrete situasjonen det er snakk om, skjønner vi det som blir sagt. Slik er det fordi vi har kunnskap knytt til orda vi høyrer, slik at det å høyre orda aktiviserer det vi veit. Som lesaren vil sjå har eg hatt litt vanskeleg for å velje merkelapp på øvste hjørnet i trekanten. Dette skal eg kort gjere greie for i det fylgjande.

### "Passions of the soul"

Dei kunnskapselementa som øvste hjørnet i trekanten symboliserer kan vere i form av viten (begrep, nettverk av begrep), eller ferdigheiter av ulike slag. Kunnskapen vår er integrert med, og inngår i prosessar saman med kjensler og motivasjon. Alle uttrykka som er brukt i øvste hjørne av trekanten kan dekkje ein integrasjon av desse elementa, kunnskap, kjensler og motivasjon .

"Passions of the soul" er eit uttrykk som er brukt av engelske omsetjarar av Aristoteles. Eg finn det vanskeleg å omsetje til norsk på ein måte som gjer det lett å forstå kva som er meint. Aristoteles brukar ordet "sjel" til dømes i verket *De Anima* , som på engelsk er kalla *On the Soul* , Om sjela. Det at ordet *passion*, slik vi møter det i den engelske omsetjinga, oftast vert omsett til "lidenskap" på norsk, kan villeie oss i å tolke Aristoteles sin tekst her. Samtidig kan det vere eit tankevekkjande blindspor å oversetje til "sjela sin lidenskap". Dei gode kjenslene som er knytt til situasjonar når "det går eit lys opp for ein" har sterk innverknad på motivasjon for å lære. Den som har hatt "aha-opplevingar i arbeid med å tileigne seg kunnskap vil kan hende nikke attkjennande til og med til ein uttrykksmåte som "sjela sin lidenskap"? Vi må nok heller hente fram ordparet *passio – actio* for å komme til rette med Aristoteles, men ei vidare utgreiing av dette er det ikkje rom for her.

Andre omsetjarar har på engelsk brukt uttrykket "mental experiences", som kan forståast som mentale representasjonar av det eit menneske har erfart. Kva dette kan omfatte kan vi finne mykje litteratur om, av naturlege grunnar særleg innan kognitive tilnærmingar til kunnskap om

læring og erkjening. O'Callaghan er ein av dei som skriv om dette ut frå nyare thomistisk filosofi, med adresse til erkjeningsteori med eit lingvistisk utgangspunkt. Robert Sternberg står som redaktør for artikkelsamlingar der kunnskap er analysert ut frå kognitive teoriar. Umberto Eco har skrive tungt om temaet, men skriv seg fri frå alt ansvar for å ha sagt noko om kva dette vi veit og forstår eigentleg er, når han brukar uttrykket "The black box". Sjølv om *Kant and the platypus* gjeld det den svarte boksen gøymer, så tillet han seg som historikar å ikkje ta stilling til alt han kastar fram, men overlet det til andre. Etter mitt syn har bidraget hans likevel bidratt til å kaste lys over dette feltet, og kan hende også til å vekke interesse for desse prosessane som finn stad i hjernen vår. Han dreg og inn eit semiotisk perspektiv, med referansar til Charles Saunders Peirce og fleire.

Det er vanleg å bruke uttrykket langtidsminnnet om det vi kan hugse over lenger tid. Nyborg brukar nemninga langtidsminnestrukturar for å tydeleggjere eit skilje mellom eit strukturelt grunnlag for å minnst og ulike minneprosessar (Nyborg, 1994, s 71 ff). Han vektlegg dette skiljet, og syner samanhengar mellom minneprosessar og minnestrukturar. I Nyborg si tilnærming kan vi sjå at ordet langtidsminnestruktur omfattar både viten (inklusive begrep og begreppssystem), ferdigheiter (inklusive språkferdigheiter) og eit lært grunnlag for å føle og for å vere motivert.

## Det verkelege.

Alle dei nemnde teoretikarane har det felles at dei tek utgangspunkt i verkelegheita – i det som er. Målaren Rafael har gjort dette til eit kjennemerke på Aristoteles i det kjende freskomåleriet "Skolen i Aten", som vi finn på ein vegg i Vatikanmuseet i Roma. Der er dei meste kjende greske filosofane frå hundreåra før Kristus måla inn som samtidige. Medan Platon peikar opp, mot ideane si verd, står Aristoteles med handflatane utover som for å famne eller vise til verda omkring oss – det sanslege. Dette skiljet i perspektiv kan seiast å vere viktig når vi snakkar om matematikk. Det platonske perspektivet har vore matematikdidaktikken sitt, medan eg i denne artikkelen tek til orde for ei nyorientering der vi gir rom for Aristoteles sitt perspektiv gjennom tilnærmingar frå tenkjarar i vår eiga tid.

I trekanten er dette sanslege plassert i nedre hjørne til høgre. Mange stader der denne trekanten er brukt, står det "ting" i dette hjørnet. Det kan tildekkje det faktum at vi sansar så mykje meir enn ting: handlingar, kjensler, relasjonar, eigenskapar, menneske, dyr, plantar, osv. Vi kan samle det under paraplyen "fenomen", og tenkje på det som ei rekkje kategoriar som finst i verda omkring oss. For medan begrepa er ein del av det vi veit, og såleis har plass i øvste hjørnet, så høyrer kategoriane til her – i verkelegheita<sup>1</sup>. Kategoriane er det verkelege, begrepa er viten om kategoriane. Det verkelege kan møte oss hulter til bulter. I langtidsminnnet vårt kan det vi veit vere ordna i system av begrep. I neste omgang kan slike system hjelpe oss til å analysere og forstå det som møter oss i verda, og bombarderer sansane våre med inntrykk.

## Symbola.

I det tredje hjørnet av triangelet, nede til venstre, finn vi ord. Aristoteles rekna det talte ordet som det primære, og det skrivne ordet som ein representasjon av det talte. Vi kan også tenkje oss andre slag teikn enn talte og skrivne ord som har same symbolfunksjon som desse, og som difor

---

<sup>1</sup> Det er ikkje lett å halde tunga beint i munnen når ein gjer analyser som dette. Å kategorisere er ein mental prosess, men det vi kategoriserer er verkelege feomen.

også kan plasserast i dette hjørnet. Det gjeld til dømes matematiske teikn av ulike slag, teiknspråk og liknande.

## **Språket som reiskap for å kategorisere og kommunisere.**

Språket er reiskap for å klassifisere, for å tenkje og for å kommunisere. Når vi skal ta for oss læreprosessar er det og naturleg å tenkje på språket sin funksjon i å organisere kunnskapen vår. Språket bidrar til eit kunnskaps-hierarki i langtidsmiynet. Donald Hebb, kanadisk nevro-psykolog, heldt fram at sentralnervesystemet måtte vere begrepsorganisert for å tene psykiske funksjonar på ein effektiv måte (Hebb, 1955 i Nyborg, 1985).

Tenk på ord som møblar, frukt eller mat. Dei gir tilgang til meir omfattande kunnskap enn ord som stol, eple, eller brød. Korleis born erfarer språket i bruk i omgivnadene sine har noko å seie for i kva grad det dei veit er organisert på ein slik hierarkisk måte. Det har konsekvensar for kor lett kunnskap let seg aktivere, og for prosessar som korttidsmiinne og arbeidsmiinne. Dei fleste born vil lett kategorisere eple, pære, bananer, appelsiner og clementiner som frukt, etter å ha hatt ”fruktmåltid”, og kan hende delt og servert eple og dei andre fruktene som ”frukt” i barnehagen. Dei vil og lett identifisere jakke, sko, kjeledress, vottar, lue og skjerf som ”utekle” om det er eit ord som har vore brukt i miljøet deira. Det er ikkje sikkert at det er like lett å plassere sofa, bord, stol og seng som ”møblar”, eller frisør, lærar, ingeniør og farmasøyt som ”yrke”. Dette syner og korleis samspel og språkbruk i eit sosialt fellesskap – som barnehagen – bidreg til læring.

Aristoteles semantiske triangel er ein figur som kan vere utgangspunkt for ulike analysar av språket vårt. Her vil eg igjen fokusere på dei tre elementa som er symbolisert i dei tre hjørna, og peike på kor viktig det er å vere medviten om denne tredelinga. Før eit ord er lært, gir det ikkje tilgang verken til kunnskap i langtidsmiynet eller fenomen i verda. Sjølve ordet ber ikkje forståing, verken om vi høyrer det eller om vi les det. Du kan jo undersøkje. Les ordet ”ragazzo”, både stilt og høgt. Om du ikkje kan italiensk, har eg vanskeleg for å tru at det seier deg noko i det heile. Ikkje får det deg til å sjå for deg verken det eine eller det andre, og ikkje kan du peike på noko i omgivnadene dine, og sei at ”der er det”. Om eg seier ”gut” til deg, så veit du kva du skal sjå etter, og du kan sjå for deg mange gutar du kjenner.

Om ikkje borna har lært orda vi brukar, forstår dei ikkje kva vi seier. Eg trur diverre vi lærarar syndar ein del på dette punkt, og her vil kanskje dei fleste vere einig i at eit slikt ord er på sin plass. Vi brukar ord borna ikkje forstår, og med det set vi dei ”ut av” situasjonen. Heller ikkje om borna brukar eit ord kan vi ta for gitt at dei legg det same innhaldet i det som vi gjer. ”Eg gidd ikkje”, seier kan hende eleven, når noko er vanskeleg. Vi blir irritert og synest det får vere måte på likesæle. Kan hende meiner han eller ho berre at dette forstår dei ikkje.

Kommunikasjon krev at ord tyder om lag det same for dei som brukar det i lag. Her i Noreg drikk vi brus, medan danskane dusjar i ”brusebad”. Då er det heilt logisk at danskar på besøk dukkar opp med handkle på armen når dei får tilbod om brus, medan vi står klar med soloflaska og reine glas. Orda ber ikkje tyding, tydinga må vi ha lært. At mykje av slik læring skjer umedvite, berre av å vere i ein språkkultur, er ei anna sak, som vi og har sett døme på tidlegare i teksten.

I matematikken er det ofte snakk om konkretiseringsmiddel. Det har vi bruk for om det er slik at matematikken spring ut av ”ideane si verd”, slik det ligg til grunn i ei matematikkdiraktisk

tenking som spring ut av Platons idelære. I den semantiske trekanten er det verkelege ikkje eit konkretiseringsmiddel, men det eigentlege, det som heile tenkinga spring ut av. Vi ordnar i grupper med ulike antal, og brukar talord og tal til å symbolisere dette antalet. Vi måler lengder, flatar og rom, og treng eit antal av einingar av ulike slag, slike vi har privat, eller slike vi har felles i ein kultur eller eit land. Vi deler heilskapar i ulike slag deler, framleis med ord og tal til å symbolisere seg, men no treng vi meir enn berre tal som skrivne symbol. Er det deler av ulike slag er det nyttig å ha eit namn på desse delene, det har kulturen vår gitt oss eit skriftleg uttrykk for i brøkstreken, og nemnaren som har plass under denne. Desimalar kan vi også gje namn på denne måten, som tideler, hundredeler, tusendeler osv. For desse har vi og laga plass i talsystemet vårt, med komma som skilje mellom heile og delar av heile.

## **Språket i bruk.**

Om ein tenkjer på språk i bruk, når orda er lært til eit visst nivå, så vil elementa som er teikna inn i kvart sitt hjørne i denne trekanten gjensidig aktivere kvarandre, slik at til dømes eit ord, høyrte eller sett, vil aktivere kunnskap og kunne knytast til eit medlem av eller eksempel på kategorien ordet er namn på. Høyrer eg ordet "slange" vil det aktivere min kunnskap om slanger, og eg kan sjå for meg noko som liknar ein slange eg har sett i verkelegheita eller på bilete. Er ein slange ein del av situasjonen eg er i, så vil eg utan vidare identifisere han som eit eksempel på det ordet tyder. Høyrer eg ordet "fem", så vert kunnskapen knytt til dette ordet aktivert, og eg kan leggje fram fem ting, peike på den gruppa som har antalet fem av noko – eller kva anna som måtte vere høveleg i situasjonen.

På same måte kan eg bruke språkuttrykket når eg tenkjer på noko eg har opplevd, og som på ein eller annan måte er lagra i langtidsmindet. Det har vore diskutert om talespråket er tenkjespråket vårt. Vi kan vere ulike, men for min eigen del veit eg at eg tenkjer også med talespråket som medium. Det er til vanleg svært lite medvite, men når eg har vore i eit engelsktalande miljø nokre dagar legg eg plutselig merke til at eg tenkjer "på engelsk". Eg veit at andre har tilsvarande erfaringar. Dette utelukkar ikkje at vi også har andre måtar å tenkje på. Når vi tenkjer ved hjelp av språk, kan vi som regel også knyte tenkinga til kategoriar i verkelegheita på ein eller annan måte.

Når vi observerer eit fenomen vil det vi kan kjenne att i det aktivere kunnskap og ord vi knytter det til. Lesaren kan til dømes i denne artikkelsamlinga eksempel på fenomen vi kan observere hjå born som strevar med matematikk, og som kan hende vil resultere i at ein brukar ordet "matematikkvanskar".

## **Å lære språk.**

Når vi brukar språket kan utgangspunktet vårt altså veksle mellom dei tre hjørna i trekanten, og ein samtale vil oftast innebere kontinuerleg skifte av "startpunkt" for orda vi brukar. Det kan villeie oss til å tru at det også er slik når vi lærer språket. Det kan vere det, men vi skal leggje merke til korleis Aristoteles, Aquinas, Peirce og Nyborg alle peikar på sansing av verkelege fenomen som utgangspunkt i ei primær språklæring.

Eg inviterer lesarar til å tenkje på eit lite barn dei kjenner, og vil fortelje om vesle Mathias, som er 17 månader. Frå lenge før han var eitt år har han vore opptatt av klokker. Vi vaksne samspekar ofte spontant med born når vi ser at dei har fokusert merksemda si på eitt eller anna, og set ord på

det. Slik var det og med dei vaksne rundt Mathias. Når han var oppteken av klokka på armen til nokon, så sa den vaksne ”klokke”. Det gjentok seg mange gonger, ingen veit kor mange. Dette fører til ein assosiasjon i det vesle hovudet, nemleg den mellom ei aktuell klokke og desse lydane frå den vaksne: ”klokke”. Smått om senn høyrer Mathias dei same lydane, men no knytt til anna klokke han har lagt merke til, ei som heng på veggen. Det fører til ein ny assosiasjon, og vidare til ei begynnande generalisering. Desse klokkene er like i noko. På eitt eller anna tidspunkt begynnar Mathias å ape bevisst etter lydane han høyrer når han ser ei klokke, og han får ”belønning” i massevis den dagen han som eittåring besøker farmor, og ute på kjøkkenet ser opp på klokka på veggen og seier ”kååå” med ein merkeleg stemt k-lyd som nesten liknar ”g”. For ikkje å snakke om når han plutselig brukar den same merkelappen på ei digital klokke på stereoanlegget. Mathias ser ut til å ha generalisert kunnskapen sin om klokker. Han kjenner ikkje lenger berre eit par spesielle klokker, men han kan identifisere klokker han ser, og setje merkelappen ”kååå” på dei.

For Mathias var utgangspunktet klokker som han kunne fingra med. Helen Keller fortel i sjølvbiografien sin om same type erfaringar då ”språket gjekk opp for henne”, som ho seier det, då ho som døv og blind sjuåring lærte å kommunisere ved hjelp av teikn laga i handflata. Ting ho kunne sanse fekk namn, og det er fascinerande å lese om ein tøff prosess mot generalisering, som gav ein eksplosjon av gode kjensler og motivasjon for å lære meir då ho forstod korleis eit ord er namn på ein kategori, som vi kan kjenne ut frå kunnskap om det generelle, og ikkje berre om spesielle enkelttilfelle.

I begge desse eksempla ser vi at læringa går frå det spesielle – den ein tingen som får namn – til det generelle – det å ha oppfatta kva ulike ting innan ein kategori har felles. Ei slik oppdaging av delvise likskapar – og ulikskapar – inneber ein generell kunnskap som vil utgjere meininga med ord. Vygotskij tek for seg noko av det same når han skil mellom ords nominative og signifikative funksjon (Vygotskij, 2001, s 94)

Vi ser at denne endringa frå det spesielle til det generelle også inneber ei endring frå ei privat meining med eit ord, og til ei meining vi har felles innan ein språkkultur. Så lenge eg knyter ordet ”fem” til fingrane på ei hand, er dette mi private meining med ordet. Ikkje før eg har abstrahert *antalet* fingrar, og knyter ordet til det, kan eg knyte det same ordet til andre grupperingar der antalet er fem, og trekkje slutningar om kva desse er like i. Slik er ikkje ordet lenger uttrykk for ein privat forestilling, men for eit begrep, og min bruk av ordet kan tene som reiskap for meningsfylt kommunikasjon i vår felles språkkultur.

Etter kvart som ord blir lært vil andre tupa læring komme til, slik at vi også kan lære språk på andre måtar enn ut frå det vi sansar. Frå ein didaktisk synsstad er det likevel verd å leggje merke til desse primære prosessane. Som vi seinare skal sjå, er det nettopp det Nyborg utnyttar i begrepsundervisningsmodellen.

Jaques Maritain, fransk-kanadisk pedagogisk filosof som arbeidde mot midten av førre hundreår, seier at lærarens kunst er å leggje til rette i samsvar med naturens eigne læreprosessar. (Maritain 1960). Eg vurderer det slik at Nyborg gjorde ei nyvinning i å avdekkje naturlege læreprosessar, og utnytte det han fann i ein modell for læring og undervisning.

Vi menneske likar å ha kontroll. Vi likar å vite kva vi ser, og vi er snar til å setje merkelapp på fenomen vi observerer. Oftast har vi som vaksne nok erfaring til at vi vil kjenne att element i det meste av det vi observerer, slik at vi har dei haldepunkta vi treng for å plasere det i ein kategori. Eco tek for seg korleis det skapte problem for aztek-indianarane då dei spanske conquistadorane

kom på hesteryggen. Eit slikt dyr hadde dei ikkje sett før, og hadde difor ikkje ord å nemne det med. Vidare rammar han teoretiske funderingar om det å klassifisere inn i spørsmålet om kva kategori nebbdyret høyrer til, med nebb som ei and, føter med fem lange tær med klør, hale som ein bever, i vatn lenge nok til å bli sett på som fisk eller amfibie, legg egg, og ammar avkommet sitt, utan brystvorter?

Då eg for fyrste gong kom i ein dyrehage og såg ein sjiraff, hadde eg ikkje noko problem med å vite kva eg såg. Eg hadde då sett bilete av sjiraffar. Men eg vart svært overraska over kor store dei var, og kor langt dei kunne nå over eit gjerde med halsen sin. Det hadde ikkje noko bilete greidd å formidle til meg. Ein lærar på kurs fortalde om niesa si, Emma. Emma var to år, og hadde to ord for dyr: pip-pip og vov-vov. Dyr som flaug i lufta var pip-pip, og dyr som gjekk på bakken var vov-vov. Emma var med familien sin i Løveparken i Danmark, og dei kom køyrande til området der sjiraffane heldt til. Emma gjorde store auge. Ho peika opp i lufta og sa "pip-pip", og ned på bakken og sa "vov-vov". Endå ein gong såg ho opp: "pip-pip" og ned: "vov-vov, før ho braut ut i eit skrik: MAMMA! Opplevinga var skremmande – sikkert noko på grunn av storleiken på dyret, men av tanta som fortalde dette også oppfatta som ei skremmande oppleving fordi dette var noko ho ikkje kunne kategorisere.

## Analyse som grunnlag for å kategorisere.

Når vi tolkar eller kodar det vi sansar i kategoriar, så skjer det ofte umedvite. Om vi analyserer slike prosessar, vil i sjå at vi klassifiserer ut frå ei rekkje kjenneteikn eller eigenskapar ved det vi sansar. Begrep eller nettverk av begrep som gjeld kategoriar av slike kjenneteikn og eigenskapar kallar Nyborg grunnleggjande. Ordet grunnleggjande tyder her at dei er basis for analyse, abstraksjon, koding, og med det kategorisering. Det ser ut til at Aquinas snakkar om det same når han tek for seg det han kallar enkle ting.

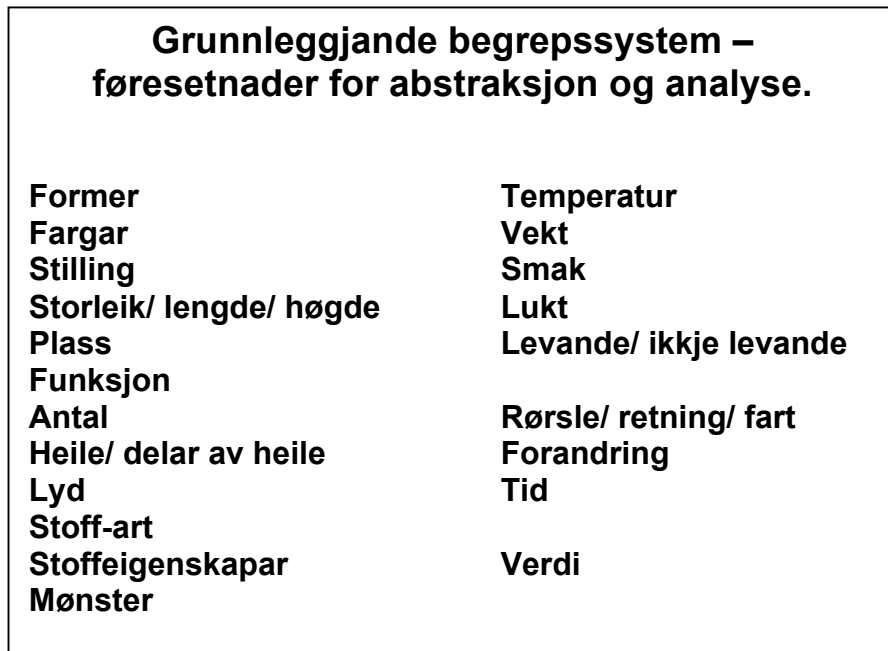
*Now some substances are simple and some are composite, and essence is in both, though in the simple substances in a truer and more noble way.....indeed the simpler substances are the cause of the composite ones.... But because the essence of these substances are more hidden from us, we ought to begin with the essence of composite substances, as learning is easier when we begin with the easier things*

Aquinas, 2003 s 2

Å begynne med slike samansette ting, eller heilskapar, ser ut til å gå heilt av seg sjølv, fordi det er nett slike heilskapar små born fattar interesse for. Fyrst seinare vert dei merksame på eigenskapar ved tinga.

Vi skal ta med ei liste over slike grunnleggjande nettverk eller system av begrep, og syne eksempel på korleis kvar av dei representerer eit system av begrep. Vidare skal vi sjå eksempel på korleis dei kan hengje saman med det å lære matematikk.

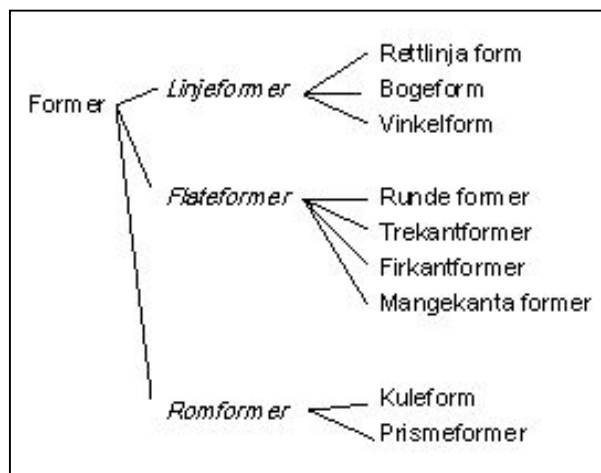
## Analysebegrep.



Figur 2 Grunnleggjande begrepssystem. Nyborg handsama aldri ei slik liste som endeleg – han var alltid ute etter å supplere med andre begrep som har same funksjon. Slik ho er sett opp her, kan lista både supplerast og ordnast på andre måtar.

## Begrep om form.

Under ser vi ein måte å setje opp eit system av begrep om former på.



Figur 3. Eit system av begrep om ulike former.

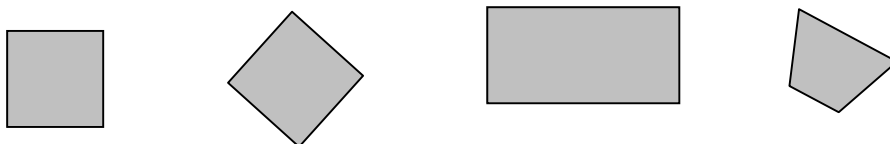


Linjeformene finst i bokstavarog tal, i kantar på dei fleste ulike ting vi omgir oss med, vi brukar dei til å måle lengder med osv. Begrep om desse linjeformene er viten om kva dei er like i, kva dei kan vere ulike i, som gjer at vi deler dei i undergrupper, og kva som skil linjeformene frå andre slag former. Slike begrep lærer ikkje borna ved at vi definerer eller forklarar, men ved å erfare ulike linjeformer i dei samanhengar der dei førekjem, og knyte språk til som namn på dei. Språket vil og fungere som reidskap for å abstrahere linjeforma, og sjå bort frå andre eigenskapar.

**3** Ser vi til dømes på tre-talet, kan vi seie at det er laga av to bogeformer, der den eine har plass over den andre, og begge har opning i retning mot venstre. Då har vi vendt merksemda mot eller abstrahert delene, formen på delene, korleis delene er plassert i forhold til kvarandre, og retninga til opninga i bogen. Vi kunne og ha fokusert på antalet deler, kva dette talet symboliserer, fargen, storleiken i forhold til 3-talet her osv.

I prosessen med å lære til dømes begrepet bogeform, er det fyrste steget å knyte uttrykket bogeform til ting som er bogeforma, eller som har ein eller fleire deler med bogeform. For kvar ny ting får ein kunnskap om den spesielle bogeformen, og dette gir grunnlag for å trekkje slutningar om kva desse bogeformene er like i. For å avgrense generaliseringa må ein å skilje mellom bogeformer og andre linjeformer, og til dømes mellom bogeform og rund form. Det å variere krummingsgraden på bogeformene ein tek fram i denne fasen vil bidra til at ulike bogeformer blir inkludert i begrepet. Endeleg må den som skal lære få uttrykkje kva desse tinga er like i, nemleg at dei har/ har ein del med bogeform.

Vi treng ikkje å argumentere for at flateformer og romformer har noko med matematikk å gjere, men vil her berre peike på korleis begrep om flateformer vil ha noko å seie for korleis ein person vil oppfatte og beskrive eit mønster. Det kan også vere grunn til å nemne ei misoppfatning som førekjem ofte, og som gjeld firkantformer. Det har vore vanleg å bruke kvadrat når ein snakkar om firkantar. Desse kvadrata har som regel vore teikna i ei bok, og hatt ei av sidene plassert parallelt med ei synleg eller tenkt grunnlinje, noko som har ført til at mange born berre har identifisert den første av firkantformene på neste linje som firkant.



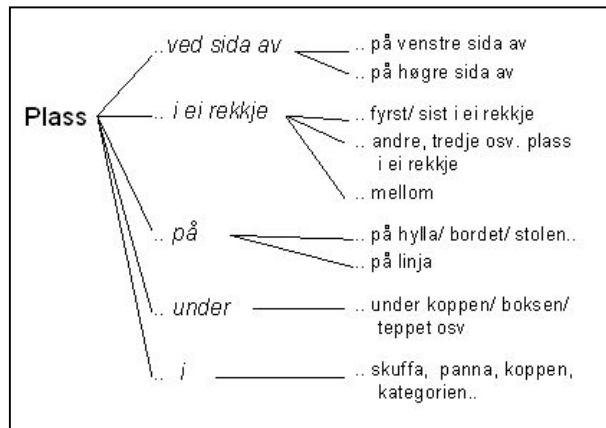
**Figur 4. Ulike firkantformer.**

På same måte kan vi oppleve både born og vaksne som har eit ”rund-form-begrep” som er avgrensa til særtilfellet sirkelform. Skal vi vere tru mot den matematiske definisjonen på sirkel, vil vi i så fall mangle begrep for den runde forma vi skriv når vi skriv null eller bokstavane o,  $\alpha$ , d osv. For å sikre meir allsidige og fleksible begrep om flateformer er det viktig å presentere ulike runde former, firkant- og andre mangekanta former i den fyrste fasen, når ordet som symboliserer ein kategori blir knytt til dei ulike formene som høyrer til kategorien.

### **Begrep om plass eller posisjon.**

Begrep om plass er avgjerande mellom anna for å forstå plassverdi som ein del av talsystemet vårt.

Olav Lunde har peika ut nøyaktigheit som eit område som kan vere årsak til matematikkvanskar. Det burde ikkje vere vanskeleg å tenkje seg at nøyaktigheit har noko med tala sin plass i forhold til kvarandre å gjere. Seinare skal vi sjå korleis også andre begrepsforankringar påverkar ”nøyaktigheita”. Her skal vi berre nemne begrepet plass på linja. Vi har regelmessig sett at der born har lært dette begrepet, slik at det lett let seg abstrahere, så påverkar det nøyaktigheita også når det gjeld andre eigenskapar ved tala.



Figur 5. Eit system av begrep om plass.

Også andre system av begrep kan utgreiast på same måte. Det ville her vere relevant å ta med eit system av begrep om antal.

## Begrepsundervisningsmodellen.

Nyborgs begrepsundervisningsmodell er presentert på ulike måtar i teksten så langt. Vi skal ta med eit oppsett over dei ulike delprosessane vi må leggje til rette for for å sikre at alle borna lærer grunnleggjande begrep for analyse og abstraksjon.

### Selektiv assosiasjon.

I denne fasen lærer borna å knyte språkuttrykket som er namn på kategorien dei lærer om til det eine etter det andre av fenomen som høyrer til kategorien. Det er såleis ein bestemt assosiasjon det gjeld her, den mellom språkuttrykket og eksempel frå kategorien.

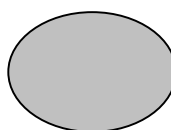
Legg merke til at språkuttrykket og omfattar namn på begrepsystem, i dette tilfellet form.



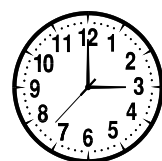
Kanten på loket har rund form.



Pilespelet har rund form.



Denne figuren har rund form.



Klokka har rund form.

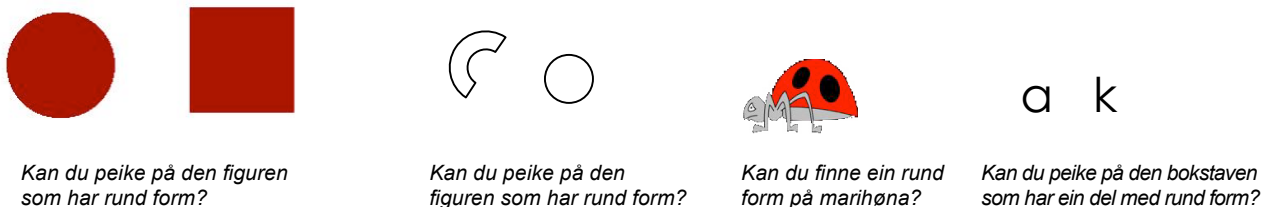
### Figur 6. Eksempel på oppgaver frå assosiasjonsfasen.

Her har vi sett vi eksempel på ting vi kan bruke når borna skal lære begrepet rund form. Her må vi vere nøgde med bilete av ting. Det er ikkje godt nok for borna, dei må få erfare verkelege ting i ein læresituasjon som den vi her legg opp til.

Alle borna i gruppa må få kjenne på den runde formen og uttrykkje ”den har rund form” i denne fasen. Det tyder at vi må bruke mange fleire ting enn det vi ser døme på her. Borna kan og lage runde former av piperensarar, papirklipp, teikne og male, bruke kroppen sin, eller kva anna vi kan finne på.

### Selektiv diskriminasjon eller forskjellsføring.

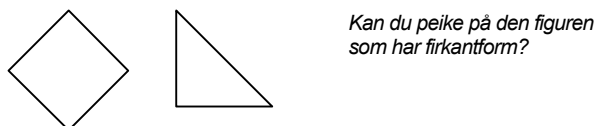
I denne fasen lærer borna å skilje mellom det som høyrer til kategorien og det som ikkje gjer det.



Figur 7. Eksempel på oppgaver frå diskriminasjonsfasen

Dei får presentert to ting, og oppgåva er peike ut den som høyrer til kategorien vi lærer om. I oppgåva med marihøna ligg diskriminasjonen i å plukke ut dei delane av marihøna som har rund form. Som i assosiasjonsfasen er det viktig at alle born i gruppa får høve til både å plukke ut den som høyrer til kategorien og uttrykkje det verbalt.

I denne fasen blir det viktig å la borna diskriminere mellom det som lett let seg blande saman, slik at dei blir tvinga til å sjå bort frå eigenskapar dei kunne tru høyrde til kategorien, eller blir tvinge til å inkludere det dei elles fort kunne sjå bort frå. Her kan ein leggje inn eksempel på det vi veit lett fører til misoppfatningar, som oppgåva under kan vere døme på i diskriminasjonsfasen i arbeid med begrepet firkantform. Legg merke til at då arbeider vi med eit anna begrep enn over, så dette eksemplet høyrer slik sett ikkje saman med eksempla der.

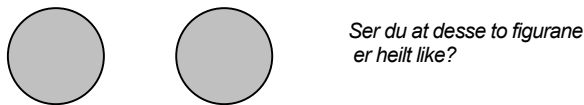


Figur 8. Eksempel på diskriminasjonsoppgåve som kan førebyggje misoppfatning om firkantform.

### Språkleg bevisstgjort selektiv generalisering eller likskapsoppdaging.

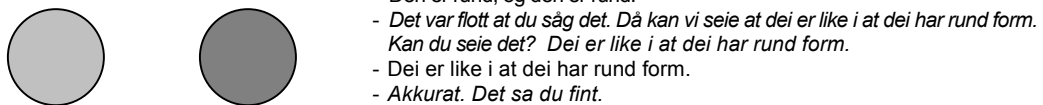
I den tredje fasen er poenget å leggje til rette for at borna får setje ord på, eller språkleg bevisstgjere, den likskapen dei starta med å oppdage allereie i assosiasjonsfasen.

I ein startfase av begrepsundervisning med ei ny gruppe born kan det vere nyttig å gå vegen om det som er heilt likt, slik det er gjort under. Igjen byr vi lesaren berre bilete, og understrekar at borna må få arbeid med verkelege ting, som i dette tilfellet kan vere to identiske plastbrikker.



**Figur 9. Introduksjon til generaliseringsfasen.**

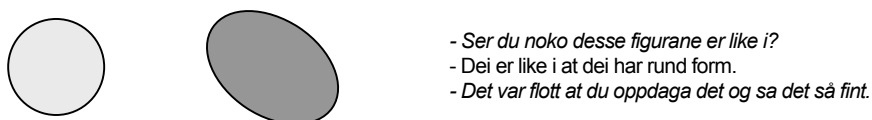
Når vi har sett på figurane som er heilt like, går vi vidare til to figurar som er like i form, men ikkje identiske ellers.



**Figur 10. Eksempel på oppgåver som inneber språkleg bevisstgjort generalisering.**

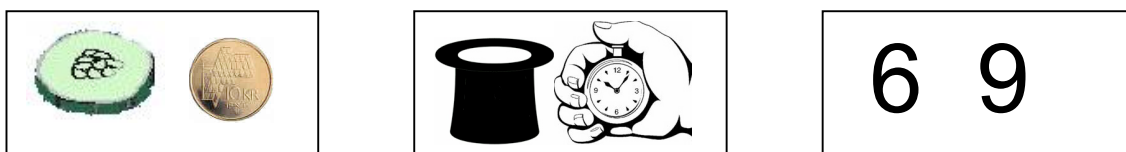
Den vesle dialogen syner korleis borna ofte vil svare på eit slikt spørsmål, og korleis vi kan leie dei vidare mot den språklege bevisstgjerings som ligg i uttrykket ”dei er like i at...”

Det er ein meir komplisert prosess som ligg bak å sjå likskapen mellom dei fylgjande figurane:



**Figur 11. Eksempel på ei meir krevjande generaliseringsoppgåve.**

Flere oppgåver kan vere å sjå likskapen mellom ting som dei fylgjande, der kvar boks er ei ny oppgåve:



**Figur 12. Generaliseringsoppgåver der vi tek fram daglegdags ting for å abstrahere og språkleg bevisstgjere delvis likskap.**

Alle borna i ei gruppe må få setje ord på likskapsoppdaginga si.

Den språklege bevisstgjerings som ligg i å uttrykkje ”dei er like i at..”synte seg i Nyborg si forskning å vere avgjerande for borna si læring. Det same uttrykket let kunstig i mange vaksne sine øyre. Her vil vi tilrå å la fordommar fare, og leggje til rette for at borna tileignar seg læringstrategiar som inkluderer denne likskapsoppdaginga. Erfaringa er at borna ikkje får noko kunstig språk som fylgje av dette, men at forståinga det bidrar til fører til større språkleg aktivitet. Borna blir meir verbale, dei brukar språket meir aktivt.

Når ein har arbeidd så langt i generaliseringsprosessen er det også ei fin utfordring å finne og uttrykkje skilnader. Agurkskiva og tiaren er til dømes ikkje like i.....

### **Viktige prinsipp i BU-modellen.**

Ein møter ofte forventningar om at Nyborgs modell for begrepsundervisning har så mange detaljar ein må hugse at han er mest umogeleg å lære. Til dette vil eg seie at det er tre prinsipp ein ikkje skal gje avkall på, elles kan det meste varierast.

- 1 Bruk verkelege ting som utgangspunkt for borna sine erfaringar. Det gir eit heilt anna erfaringsgrunnlag enn å bruke bilete eller teikna figurar, slik det er gjort i denne artikkelen. Til og med på kurs for lærarar ser vi at dei verkelege tinga gir andre vilkår for "aha-opplevingar" enn bilete i ein powerpoint-presentasjon.
- 2 Bruk namn på overordna kategori saman med namn på kategori i ein innlærings situasjon, det vil seie gjennom alle tre fasane i begrepsundervisninga. For dei grunnleggjande begrepa vil det seie form saman med kategorinamn som rund, firkant, boge osv, eller stilling saman med loddrett, vannrett og skrå osv. Dette bidrar til å styre merksemda, og er viktig i abstraksjonsprosessen.
- 3 Pass på at kvart barn får mange høve til å uttrykkje desse kategorinamna, både i situasjonar som er felles for alle, i mindre grupper, og for somme born også i dialog med ein vaksen. I assosiasjons- og diskriminasjonsfasen er den vaksne språkmodell. Borna "får" språket dei skal bruke.
- 4 Borna må få setje ord på den delvise likskapen dei har oppdaga: "Dei er like i at..."

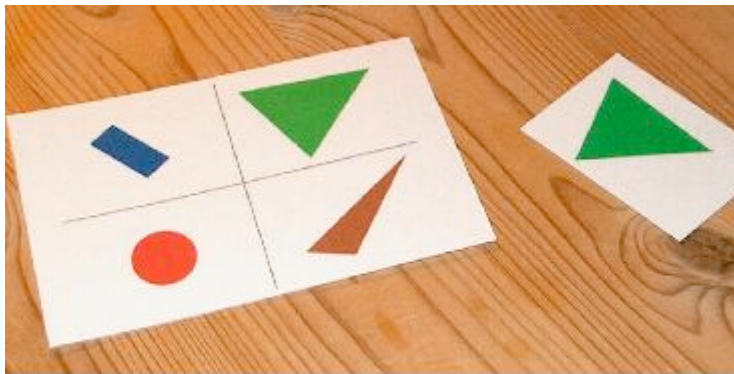
Vil ein bruke denne modellen må ein våge å hive seg utpå før ein har fått desse prinsippa "under huden". Ein må tillate seg å vere undervegs og i ein læringssituasjon som også som lærar. For dei fleste vil det vere avgjerande å ha ein manual som "Grunnlaget" (Sønnesyn og Hem 1996) å halde seg til i starten. Like viktig er det å gjere dette til sitt eige, og frigjere seg, slik at ein kan tilpasse arbeidet og progresjonen til nett dei borna som skal lære.

### **Analytisk koding.**

Nyborg understreka eit fjerde element som er til stade i alle delprosessane i begrsplæringa, nemleg det han kalla analytisk koding. Uttrykket analytisk koding er nær identisk med tydinga av ordet abstraksjon slik vi har brukt det her. Ei analytisk koding av eit fenomen vil då vere å gjere eit sett av abstraksjonar: å vende merksemda mot form, farge, storleik samanlikna med noko anna, plass, bruk/funksjon, overflatestruktur, mønster, antal, temperatur, vekt, verdi, osv. Vi kjenner denne type oppgåver mellom anna frå testar det er vanleg å bruke i ei utgreiing av lærevanskar: sei alt du veit om..... Ei oppgåve som forutset analytisk koding kan vere at borna har med seg noko dei skal beskrive for dei andre, som må gisse kva det gjeld. Vi har utvikla spel som forutset slike analyseprosessar, ANNA begrepslotto (Sønnesyn 1998). Desse spela gir borna

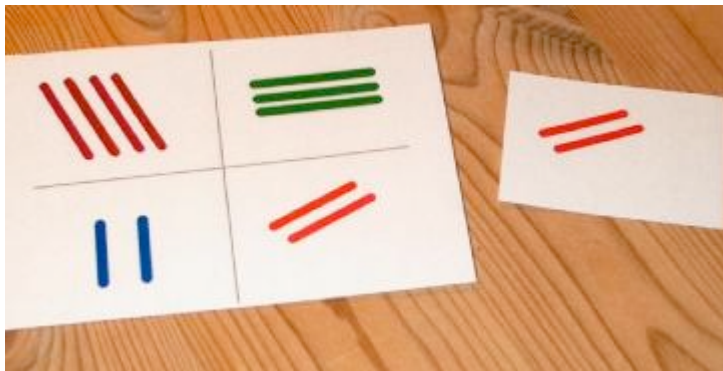
høve til å bruke begrep dei har lært i ein analytisk kodingsprosess som mellom anna syner seg å innverke på det å styre merksemda og konsentrere seg.

I spelet vi ser litt av under må borna vende merksemda etter tur mot form og farge. Dette kan vere komplisert for born som har vanskar med abstraksjonsprosessen. Vi ser systematisk at når dei fyrst meistrar slike enkle analysar går det ikkje lang tid før også meir kompliserte kjem på plass.



- Kven har trekantform, grøn farge?  
- Eg har trekantform, grøn farge.

Figur 13. Eksempel på ANNA begrepslotto (nr. 1).



- Kven har rettlinja form, oransje farge skrå stilling, antalet to?  
- Eg har rettlinja form, oransje farge skrå stilling, antalet to.

Figur 14. Eksempel på ANNA begrepslotto (nr. 5).

For den som har streva med ANNA 1, gir det ei verdfull kjensle av meistring å erfare at ein greier også den meir kompliserte analysen i ANNA 5.

## Oppsummering.

Vi har i denne artikkelen sett grunngeving for Nyborgs modell for begrepsundervisning i filosofi som har vore foredla gjennom hundreår og tusenår. I det har lesaren fått eit utgangspunkt, mellom anna til å sjå korleis ein i arbeid med modellen legg rette til at borna gjennom erfaring med det spesielle får forutsetningar for å generalisere; dra slutningar om det generelle. Vi har sett eksempel på begrepssystem det er særleg viktig å arbeide med, og vi har gitt eit oversyn over

fasane i modellen ved å gje eksempel på arbeid med eitt begrep. Alle desse punkta kunne vere utgangspunkt for eigne artiklar. Det same gjeld antalsbegrepssystemet. Det tyder mellom anna at her er viktige element vi ikkje har vore inne på i det heilt. Interesserte lesarar kan finne utfyllande litteratur i litteraturlista, eller bruke e-post-adressa til kontakt for spørsmål og diskusjon.

## Litteratur.

Aquinas, T. (1995). *Om væren og vesen*. Vidarforlaget akademibøker, Oslo.

Aquinas. *S.T. 1a Quaest. I, art. IX*.

Aristoteles (2004) *Categories*. Translated by E.M. Edghill.

<http://etext.library.adelaide.edu.au/a/a8/categori.html>.

Aristoteles (2004). *On interpretation*. Translated by E.M. Edghill.

<http://etext.library.adelaide.edu.au/a/a8/interpret.html>.

Aristoteles (1986). *De Anima (On the Soul)*. Penguin Classics, Penguin Books Ltd., London.

Aristoteles. *Posterior Analytics I*, 35

Bråten, Ivar (2002). Ulike perspektiver på læring. I I Bråten (red): *Læring i sosialt, kognitivt og sosial-kognitivt perspektiv* (s 11-30). J.W. Cappelens forlag a.s., Oslo

Cobb, P. (2002). From Representations to Symbolizing: Introductory Comments on Semiotics and Mathematical Learning. I Cobb, Yackel & McClain (eds): *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms* ( s 17-37). Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Mahwah, NJ.

Eco, U. (1999). *Kant and the Platypus*. Vintage, Random House, London.

Hansen, A. (1998) A report from the field: Concept teaching and the application of a Concept Teaching model as a strategy to prevent and reduce learning disorders. *The thinking teacher. A journal og Cognitive Approaches in Education*. Vol. XIII Number 1, August 1998.

Hansen, A. (2001). *A study of the effects of concept teaching for children with learning difficulties* (undertaken 1998-2000). Paper to the 8th International IACE Conference Finland Tuesday 12 June 2001.

Hansen, A.; Hem, M. og Sønnesyn, G (2002). *A strategy of concept teaching and a Concept Teaching Model*. Project INSIDE/ Down Syndrome Educational Trust, South Sea, UK.

Helstrup, T. (2002). Læring i et kognitivt perspektiv. I I Bråten (red): *Læring i sosialt, kognitivt og sosial-kognitivt perspektiv* (s 103-130). J.W. Cappelens forlag a.s., Oslo.

Heyerdahl, N. (1995). Noter og kommentarer. I Aquinas: *Om væren og vesen* (s 91-108). Vidarforlaget akademibøker, Oslo

Høines, M. J. (1987). *Begynneropplæringen*. Caspar forlag, Bergen.

Maritain, J. (1979). *Education at the Crossroads*. Yale University Press, London.

McNamara, R (1994). Knowledge representation. I Sternberg (ed): *Thinking and Problem Solving. Handbook of Perception and Cognition* (s 83-117). Academic Press, San Diego.

Miller, K.F. & Paredes, D.R. (1996). On the Shoulders of Giants: Cultural Tools and Mathematical Development. I Sternberg, R.J. & Ben-Zeev, T. (eds) *The Nature of Mathematical Thinkin* (s 83-117.) Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ.

Nyborg, M. (1971) The effect of processing verbal "analyzers" upon concept teaching in mentally retarded children. (Dr. thesis), Oslo, Universitetsforlaget, 1971.

Nyborg, M. (1985). *Læringspsykologi i oppdragelses- og undervisningslære*. Nordisk Spesialpedagogisk forlag, Haugesund.

Nyborg, M. (1989). *Barn og unge med generelle lære- og språkvansker*. Norsk Spesialpedagogisk forlag, Haugesund.

Nyborg, M. (1994 I). *Pedagogikk*. INAP-forlaget, Asker/ Kvam

Nyborg, M. (1994 II). *BU-modellen*. INAP-forlaget, Asker/ Kvam

Publisert i Spesialpedagogikk 10/2005

Publisert i Rapport fra landskonferanse om spesialpedagogisk arbeid med matematikkvansker. Forum for matematikkmestring (Sørlandet Kompetansesenter)/ Nasjonalt Senter for matematikk i opplæringen (NTNU) 2005.

Nyborg, M. ( Red.) (1994 III). *Økt frihet til å lære*. INAP-forlaget, Asker/ Kvam.

Nyborg, R.H. (1983). *Frihet til å lære ved å lære: Barns læreforutsetninger endret ved bruk av en begrepsundervisningsmodell*. Statens Spesiellærer-høgskole, Hosle.

O'Callaghan, J.P. (2003). *Thomist Realism and the Linguistic Turn. Toward a More Perfect Form of Existence*. University of Notre Dame Press, Notre Dame, Indiana.

Peirce, C. S. (2003) On a new list of categories. *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences* 7 (1868), s 287-298. [www.peirce.org/writings/p32.html](http://www.peirce.org/writings/p32.html)

Robertson, I. (2000). *Mind Sculpture*. Fromm International, New York.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the danger of choosing just one. *Educational Researcher*, 27 (2), s 4-13.

Sønnesyn, G. (2003) *ADDIS, SUB og MULTI, matematikkspel*. Be-Ma forlag, Pedverket, Voss

Sønnesyn, G. (2001). Matematikkvanskane i klasserommet. *Spesialpedagogikk* 3/2001 s 63-68. Lærerforbundet, Oslo.

Sønnesyn, G. (2000). Ti delt på atten; korleis blir det, og kvifor blir det slik? *Tangenten* 3/2000 s 14-16. Caspar forlag, Bergen.

Sønnesyn, G. (1999). *ANNA begrepslotto*. Be-Ma forlag, Pedverket, Voss

Sønnesyn, G. og Hem, M. (1996). *Grunnlaget*. Undervisningsperm for begrepsundervisning. Be-Ma Pedverket, Voss.

Vygotskij, L.S. (2001). *Tenkning og tale*. Oslo, Gyldendal Akademisk.

Vygotsky L.S. (1962). *Thought and language*. Cambridge, Massachusetts, The M.I.T. Press